《离散数学二》第四次作业

1. 用双计数的组合证明方法证明恒等式，这里表示从n个元素里选k个元素。[提示：某班有n个男生和n个女生，现要从这2n个人里选n个人组成班委，且其中1人为班长，要求为女生，恒等式两边表示两种不同的计数方法] **(10分)**

**参考答案：**恒等式右边表示先从n个女生中选一位班长，然后从剩下的2n-1人中选n-1人的其他班委成员，乘法原则，得到；恒等式左边意义：先从n人的女生中选k位班委成员，再从这k人中选一位班长，然后从n人的男生中选n-k位班委成员，先用乘法原则后用加法原则即得到恒等式左边式子。

1. 下列不定方程有多少个解？给出求解过程

x1+x2+x3+x4+x5+x6=29，其中x1≥1, x2≥2, x3≥3, x4≥4, x5>5, x6≥6，均为整数。**(10分)**

**参考答案：**设y1=x1,y2=x2-1,y3=x3-2,y4=x4-3,y5=x5-5,y6=x6-5，则y1+y2+y3+y4+y5+y6=13，则原方程的解为C(12,5)=792。

1. SEERESS中的字母可以组成多少个包含五个或更多字符的字符串？即分别计算用这7个字符中的5个（6个或7个）字符组成长度为5 （6或7）的字符串，然后求和。**（15分）**

**参考答案**：首先看SEERESS中有3个S，3个E和1个R。长度为5的字符串有90个：去掉两个S有：5!/3!=20；去掉1个S和1个E有：5!/(2!\*2!)=30; 去掉1个S和1个R有：5!/(2!\*3!)=10;去掉两个E有：5!/3!=20；去掉1个E和1个R有：5!/(3!\*2!)=10; 长度为6的字符串有140个：去掉1个S有：6!/(3!\*2!)=60；去掉1个E有：6!/(3!\*2!)=60；去掉1个R有：6!/(3!\*3!)=20；长度为7的字符串有140个：7!/(3!\*3!)=140。所以公有90+140\*2=370个。

1. (1)有多少种方法可以将两个可区分的物体放到三个有标号的盒子？(2) 有多少种方法可以将两个无法区分的物体放到三个有标号的盒子？(3) 有多少种方法可以将两个无法区分的物体放到三个有标号的盒子？该小题要求每个盒子**至多**放一个球。分别写出具体求解过程。**（15分）**

**参考答案**：（1）每个物体有3种放法，两个物体有3\*3=9种放法；譬如有物体A和B，以及1,2,3三个盒子，则放法为(A-1,B-1；A-1, B-2；A-1,B-3；A-2,B-1；A-2, B-2；A-2,B-3；A-3,B-1；A-3, B-2；A-3,B-3；（2）如果两个物体不可区分，则我们只关心每个盒子里有多少个球，而不是哪个具体的球在哪个盒子，因此上述（1）里方案的A-2,B-1和A-1, B-2一样，A-1，B-3和A-3, B-1一样， A-2,B-3和A-3,B-2一样，则剩下6种方案（9种减去3种），这相当于有重复的组合求解，即从3个不同的元素（盒子）中选择2个元素（每个球选择一个盒子），但每个元素可以被重复选择，即求不定方程x1+x2+x3=2的解个数，其中x1,x2和x3均为非负整数；答案为C(4,2)=6；(3)相当于从三个盒子里选2个盒子放球，每个盒子放一个，即C(3,2)=3种放法，两个球分别放入1-2，1-3或2-3两个盒子。